L-F-B MONASTIR

DEVOIR DE SYNTHESE N°3.

02/06/2011

Année Scolaire : 2010-2011

Classes : 2 *éme* *SC*$_{1+2+3+8}$

EXERCICE N°1 :

A/ Soit la fonction g définie sur IR\{-1} par $g(x) = \frac{2}{x+1}$

On désigne par (ζ_g) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

❶ Etudier les variations de g sur IR\{-1} puis tracer (ζ_g).

❷ Soit la fonction f définie sur IR\{-1} par $f(x) = \frac{2x+4}{x+1}$.

a- Vérifier que pour tout réel x ≠ -1, $f(x) = 2 + \frac{2}{x+1}$

b- Construire alors (ζ_f) courbe représentative de f à partir de (ζ_g). Expliquer.

❸ Soit la fonction p définie par $p(x) = \frac{2|x|+4}{|x|+1}$

a- Déterminer le domaine de définition de p.

b- Montrer que p est paire.

c- Déduire une construction de (ζ_p) à partir de (ζ_f).

B/ Soit la fonction f définie sur IR par $h(x) = -x^2 + 4$.

❶ a- Etudier les variations de h sur $[0,+\infty[$.

b- En déduire que pour tout $x \in]0,1]$, $h\left(\frac{1}{x}\right) \leq h(x)$

c- Tracer (ζ_h) dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

❷ Vérifier que pour tout réel x, on a : $x^3 + x^2 - 2x = x(x-1)(x+2)$.

❸ Les courbes (ζ_f) et (ζ_h) se coupent en trois points E, F et G.

a- Déterminer les coordonnées des points $(\zeta_f) \cap (\zeta_h)$. ($x_G < x_E < x_F$)

b- Résoudre graphiquement, l'inéquation $h(x) \leq f(x)$

❹ a- Montrer que le triangle EFG est rectangle.

b- Donner l'équation du cercle ζ de centre I circonscrit à ce triangle.

N-B : Pour distinguer les courbes utilisées des couleurs différents.

EXERCICE N°2 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne les points A(1, -1) ; B(-3, 2) et C(2, 2).

❶ a- Montrer qu'une équation cartésienne de la droite (AB) est : $3x + 4y + 1 = 0$.

b- Montrer que la distance du point C à la droite (AB) est égale à 3.

c- Calculer AB et en déduire l'aire du triangle ABC.

❷ Soit la droite Δ d'équation : $4x – 3y – 2 = 0$.

a- Montrer que Δ est perpendiculaire à (AB).

b- Déterminer les coordonnée du point d'intersection H de (AB) et Δ.

❸ Soit (ζ) l'ensemble des points M(x, y) tels que : $x^2 + y^2 - 4x – 4y – 1 = 0$.

a- Montrer que (ζ) est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon R.

b- Vérifier que la droite (AB) est tangente à (ζ).

❹ Soit $m \in$ IR, D_m l'ensemble des points M(x, y) tel que : $D_m : mx - y + 3m + 2 = 0$.

a- Vérifier que pour tout réel m, les droites D_m passent par le point B.

b- Déterminer m pour que D_m soit parallèle à Δ.

c- Déterminer les réels m pour que D_m soient tangentes à (ζ) .

BON TRAVAIL